

**Olimpiada Națională de Matematică 2026****Etapa locală - Iași, 30 ianuarie 2026****Clasa a VI-a****Problema 1.** (25 de puncte)a) Aflați numerele naturale consecutive  $x < y < z < t < u$ , astfel încât numărul

$$n = \frac{x+y+z+t}{u}$$
 să fie număr natural impar.

b) Fie  $A = \left\{ \frac{2035}{10}, \frac{2036}{11}, \frac{2037}{12}, \dots \right\}$ . Determinați cardinalul mulțimii  $A \cap \mathbb{N}$ .**Problema 2.** (20 de puncte)a) Determinați numerele naturale  $n$  pentru care  $2^n - 1$  și  $2^n + 1$  sunt simultan prime.b) Determinați numerele naturale  $a$  și  $b$  pentru care are loc egalitatea:  $(a, b) = 5$  și  $[a, b] = (2a, 3b)$ ,unde  $(a, b)$  și  $[a, b]$  reprezintă cel mai mare divizor comun, respectiv cel mai mic multiplu comunal numerelor  $a$  și  $b$ .**Problema 3.** (20 de puncte)Fie numerele naturale nenule  $x, y, z$  astfel încât  $x^2 + y^2 + z^2 = 2026$ , iarnumerele  $x, y$  și  $3z$  sunt direct proporționale cu numerele  $x + 26$ ,  $y + 14$  și  $3z + 16$ . Determinați numerele  $x, y$  și  $z$ .**Problema 4.** (25 de puncte)În interiorul unghiului  $\widehat{AOB}$  cu măsura de  $140^\circ$ , se consideră punctele  $C$  și  $D$ , astfel încât punctul  $C$  aparține interiorului unghiului  $\widehat{AOD}$ .Se știe că  $2 \cdot m(\widehat{COD}) = 3 \cdot m(\widehat{AOC})$  și că  $3 \cdot m(\widehat{BOC}) = 5 \cdot m(\widehat{COD})$ .a) Arătați că  $m(\widehat{AOC}) = m(\widehat{BOD})$ .b) Demonstrați că unghiurile  $\widehat{AOB}$  și  $\widehat{COD}$  au aceeași bisectoare.c) Dacă  $(OM)$  este bisectoarea unghiului  $\widehat{COD}$  și  $(ON \perp (OM)$ , calculați  $m(\widehat{AON})$ .**Timp de lucru: 3 ore.****Din oficiu se acordă 10p.**